Subgraph network random effects error components models: Specification and testing

Gabriel V. Montes-Rojas
IIEP-BAIRES-UBA-CONICET

TALLER INTERDICIPLINARIO EN SISTEMAS COMPLEJOS

Este trabajo

- Las redes son cada vez más comunes en Economía: educación, comercio internacional, bancos, peer effects, contagio.
- Este trabajo se centra en la estimación de la estructura adecuada de **varianza-covarianza** en modelos de regresión de observaciones que son **nodos de una red**.
- Los resultados previos se basan en Econometría Espacial (Manski, Anselin, Lung-Fei Lee), donde de la red se extrae relaciones de contigüidad que dan lugar a distancias.
- Este paper propone una representación alternativa usando un modelo de componentes aleatorios. Compatible con clusters (ej., estimaciones robustas de cluster de tipo White) y más flexible (heterogeneidad en formas complejas).
- Modelización y contrastes de especificación.

Este trabajo

- Supongamos un modelo de regresión,

$$y_i = x_i\beta + \epsilon_i, i = 1, 2, ..., N.$$

- Usemos el estimador MCO $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y$, con el objetivo de estimar la varianza $Var[\hat{\beta} \mid X, G]$, donde G es la estructura de la red. Tenemos,

$$Var[\hat{\beta} \mid X, G] = (X'X)^{-1}(X'\Omega X)(X'X)^{-1}.$$

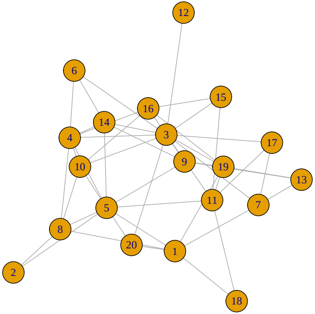
- El principal interés es en la estimación de varianzas robustas de clusters y en la imputación adecuada de $\Omega = \{\omega_{ij}\}_{i,j}^{N,N}$ donde $\omega_{ij} = Cov(\epsilon_i, \epsilon_j)$.

Este trabajo

- Ej.: en el modelo de **efectos aleatorios** en datos en panel $\omega_{ij} = \sigma_\mu^2$ si i, j pertenece al mismo grupo con componente aleatorio $\mu_i \sim (0, \sigma_\mu^2)$. Modelo de equicorrelación (la correlación intra-cluster es constante). **No hay estructura de grupos pre-definida en redes.**
- Ej.: **econometría espacial** $\omega_{ij} \propto \mathit{distancia}_{ij}\sigma_\epsilon^2$. La estructura de correlaciones depende de la correlación dada por las distancias. **No es claro que sirva para redes.**

Este trabajo

No hay una manera obvia de tratar a los modelos de redes.



Redes

Consideremos una red dada por un grafo $G = (V, L)$ como una estructura matemática que contiene

- un conjunto V de vértices o nodos;
- un conjunto L de links. Los elementos de L son pares (i, s) de nodos $(i, s) \in V \times V$. En redes no direccionadas (i, s) es igual a (s, i), en redes direccionadas (i, s) es diferente a (s, i).

Tamaño de una red:

- $N = |V|$;
- $M = |L|$. Notar $M \leq N(N-1)/2$ para redes no direccionadas y $M \leq N(N-1)$ para direccionadas.

Redes

Las características fundamentales de conectividad se capturan por la matriz de contigüidad A, de tamaño $N \times N$,

$$a_{is} = \begin{cases} 1 & \text{si } \{i, s\} \in L \\ 0 & \text{otro} \end{cases}.$$

La matriz de incidencia de links se define como una matriz B, de tamaño $N \times M$,

$$b_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i \text{ pertenece al link } j \\ 0 & \text{otro} \end{cases}.$$

Redes

Definamos los triángulos
$Triangles = \{(i,s,r) \in V^3, i < s < r, (i,s),(s,r),(i,r) \in L^3\}$, el número de triángulos es $T \leq N(N-1)(N-2)/6$.
Definamos la matriz C de incidencia de triángulos, de tamaño $N \times T$,

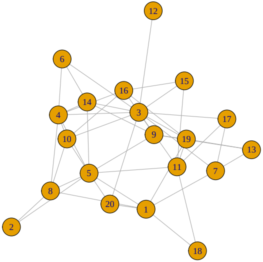
$$c_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{si el nodo } i \text{ pertenece a la tríada } k \\ 0 & \text{otro} \end{cases}.$$

Redes

- Para redes no direccionadas A es simétrica.
- Se define el **grado** de los nodos (cantidad de links de cada nodo) como $\{d_i\}_{i=1}^{N}$ que se puede obtener como $diag(BB')$.
- Se define la cantidad de triángulos de cada nodo como $\{t_i\}_{i=1}^{N}$ y se obtiene con $diag(CC')$.

Redes, ejemplo

Erdös-Rényi random graph with $N = 20$ vertices and $p = 0.20$ probability of forming a link



Redes, ejemplo

Matrix A

```
[1,] . . . . . . . . . . 1 . . . . . . 1 1 1
[2,] . . 1 . . . . . . 1 . . . . . 1 1 . . .
[3,] . 1 . 1 . . . . 1 . . . . . 1 1 . . . .
[4,] . . 1 . . . 1 . . . 1 . . . 1 1 . . . .
[5,] . . . . . . 1 1 . . . . 1 . . . . 1 . .
[6,] . . . . . . . . . . . . . 1 . . 1 . . 1
[7,] . . . 1 1 . . 1 . . . . . . . . . 1 . .
[8,] . . . . 1 . 1 . . . . . . . . . . 1 . 1
[9,] . . 1 . . . . . . 1 . . . 1 . . . . 1 1
[10,] . 1 . . . . . . 1 . . 1 . 1 . 1 . . . .
[11,] 1 . . 1 . . . . . . . . . 1 . . 1 . 1 .
[12,] . . . . . . . . . 1 . . . . . . . . . .
[13,] . . . . 1 . . . . . . . . . . . . . . .
[14,] . . . . . 1 . . 1 1 1 . . . 1 . . . . 1
[15,] . . 1 1 . . . . . . . . . 1 . . . 1 1 .
[16,] . 1 1 1 . . . . . 1 . . . . . . . . 1 .
[17,] . 1 . . . 1 . . . . 1 . . . . . . . . .
[18,] 1 . . . 1 . 1 1 . . . . . . 1 . . . . 1
[19,] 1 . . . . . . . 1 . 1 . . . 1 1 . . . .
[20,] 1 . . . . 1 . 1 1 . . . . 1 . . . 1 . .
```

Redes, ejemplo

Cantidad de links: 43 (máx. $20 * 19/2 = 190$)

Distribución de los links per nodo (grado, degree):
4 4 5 5 4 3 4 4 5 5 5 1 1 6 5 5 3 6 5 6

Cantidad de triángulos: 14 (máx. $20 * 19 * 18/6 = 1140$)

Distribución de los triángulos per nodo (tríadas):
2 2 3 2 3 1 3 4 2 2 1 0 0 3 1 3 0 5 1 4

Redes

Consideremos un espacio de probabilidad con los siguientes supuestos:

- Sea $G \in \mathcal{G}_N$ un espacio de redes con N nodos y $x \in \mathcal{X}_N$ variables aleatorias, $\sigma(\mathcal{G}_N, \mathcal{X}_N)$ un σ-algebra en el espacio muestral $(\mathcal{G}_N, \mathcal{X}_N)$, y $\mathcal{P}_N$ un espacio de probabilidad medible en $(\mathcal{G}_N, \mathcal{X}_N), \sigma(\mathcal{G}_N, \mathcal{X}_N)$. Entonces $[(\mathcal{G}_N, \mathcal{X}_N), \sigma(\mathcal{G}_N, \mathcal{X}_N), \mathcal{P}_N]$ forma un espacio de probabilidad.
- Sean ν, μ y δ variables aleatorias mutuamente independientes de tamaño N, M and T, respectivamente.
- Especificación de la media: $\forall_{i,j,t}\ \mathrm{E}(\nu_i \mid X, G) = \mathrm{E}(\mu_{ij} \mid X, G) = \mathrm{E}(\delta_{ijt} \mid X, G) = 0$.
- Especificación de la varianza: $\forall_{i,j,t}\ \mathrm{Var}(\nu_i \mid x, G) = \sigma^2_\nu$, $\mathrm{Var}(\mu_{ij} \mid x, G) = \sigma^2_\mu$, $\mathrm{Var}(\delta_{ijt} \mid x, G) = \sigma^2_\delta$.

Componentes aleatorios

Consideremos el siguiente modelo de componentes aleatorios para redes no direccionadas,

$$y_i = x_i\beta + \varepsilon_i,$$

$$\varepsilon_i := \mathrm{E}[y_i - E(y_i \mid X, G)] = \nu_i + \sum_{j=1}^{M} b_{ij}\mu_j + \sum_{k=1}^{T} c_{ik}\delta_k,$$

$$i = 1, 2, ..., N.$$

Se puede escribir

$$\varepsilon_i = \nu_i + \sum_{i=1}^{N}\sum_{s>i}^{N} a_{is}\mu_{(is)} + \sum_{i=1}^{N}\sum_{s>i}^{N}\sum_{r>s}^{N} a_{is}a_{sr}a_{ir}\delta_{(isr)},$$

donde $\mu_{(is)}$ and $\delta_{(isr)}$ corresponde a los efectos comunes de links y triángulos, respectivamente.

Componentes aleatorios

En notación matricial $y = x\beta + \varepsilon$, donde y y ε son vectores $N \times 1$, x es una matriz $N \times K$, y β es el vector de coeficientes $K \times 1$.

$$\varepsilon = \nu + B\mu + C\delta,$$

y

$$\begin{aligned} \Omega := \mathrm{E}[\varepsilon\varepsilon' \mid X, G] &= E[\nu\nu' + B\mu\mu' B' + C\delta\delta' C' \mid X, G] \\ &= \sigma_\nu^2 I_N + \sigma_\mu^2 BB' + \sigma_\delta^2 CC', \end{aligned}$$

donde ν es un vector $N \times 1$, μ es $M \times 1$ y δ es $T \times 1$.
Nota: el modelo permite que las x dependan de la estructura de red. Ej.: pueden contener característica del nodo (grado, centralidad, betweeness, clustering, etc.).

Componentes aleatorios

Si no hubiera efectos de red,

$$\Omega_v = \sigma_v^2 I_N,$$

$$x'\Omega_v x = \sigma_v^2 \sum_{i=1}^{N} x_i x_i'.$$

Componentes aleatorios

Si hubiera efectos de red de nodos y links,

$$\Omega_{ve} = \sigma_{\nu}^2 I_N + \sigma_{\mu}^2 BB'.$$

Entonces,

$$\begin{aligned} x'\Omega_{ve}x &= \sum_{i=1}^{N}(\sigma_{\nu}^2 + d_i\sigma_{\mu}^2)x_i x_i' + 2\sigma_{\mu}^2 \sum_{i=1}^{N-1}\sum_{s>i}^{N} a_{is}x_i x_s'. \\ &= \sum_{i=1}^{N}(\sigma_{\nu}^2 + d_i\sigma_{\mu}^2)x_i x_i' + 2\sigma_{\mu}^2 \sum_{i=1}^{N-1}\sum_{s>i}^{N}(\sum_{j=1}^{M} b_{ij}b_{sj})x_i x_s'. \end{aligned}$$

Notar la estructura heterocedástica. Distinto a componentes aleatorios (homocedástico). Distinto a espacial.

Componentes aleatorios

Si hubiera efectos de red de nodos y triángulos,

$$\Omega_{vt} = \sigma_{\nu}^{2} I_N + \sigma_{\delta}^{2} CC'.$$

Entonces,

$$\begin{aligned} x'\Omega_{vt}x &= \sum_{i=1}^{N}(\sigma_{\nu}^{2} + t_i\sigma_{\delta}^{2})x_i x_i' + 2\sigma_{\delta}^{2}\sum_{i=1}^{N-2}\sum_{s>i}^{N-1}\sum_{r>s=1}^{N} a_{ir}a_{sr}a_{is}x_i x_s' \\ &= \sum_{i=1}^{N}(\sigma_{\nu}^{2} + t_i\sigma_{\delta}^{2})x_i x_i' + 2\sigma_{\delta}^{2}\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{s>i}^{N}(\sum_{k=1}^{T} c_{ik}c_{sk})x_i x_s'. \end{aligned}$$

Componentes aleatorios

Si hubiera efectos de red de nodos, links y triángulos,

$$\Omega_{vet} = \sigma_\nu^2 I_N + \sigma_\mu^2 BB' + \sigma_\delta^2 CC'.$$

$$\begin{aligned} x'\Omega_{vet}x \quad = \quad & \sum_{i=1}^{N} (\sigma_\nu^2 + d_i\sigma_\mu^2 + t_i\sigma_\delta^2) x_i x_i' + \\ & 2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{s>i}^{N}\left[\sigma_\mu^2 \sum_{j=1}^{M} b_{ij} b_{sj} + \sigma_\delta^2 \sum_{k=1}^{T} c_{ik} c_{sk}\right] x_i x_s'. \end{aligned}$$

Econometría espacial

La comparación con un modelo espacial:
$y = x\beta + \varepsilon$, donde y y ε son vectores $N \times 1$, x es una matriz $N \times K$, y β es el vector de coeficientes $K \times 1$.

$$\varepsilon = \nu + \rho A \nu, \ \nu \sim iid(0, \sigma_\nu^2)$$

$$\Omega_{esp} = \sigma_\nu^2 (I + \rho A)(I + \rho A)' = \sigma_\nu^2 (I + 2\rho A + \rho^2 A^2).$$

LM tests

La función de verosimilitud asumiendo normalidad de los componentes es

$$\mathrm{L}(\beta,\theta) \ \propto \ -\frac{1}{2}\ln|\Omega| - \frac{1}{2}\varepsilon'\Omega^{-1}\varepsilon,$$

con $\theta = (\sigma_\nu^2, \sigma_\mu^2, \sigma_\delta^2)$, $\varepsilon = y - x\beta$.
Este modelo cumple con la propiedad que los parámetros β y θ aparecen en bloques en la matriz de Fisher. Entonces podemos concentrarnos en θ solamente para estimadores consistentes de β.
Supongamos $\theta \in \Theta \subseteq \mathbb{R}^p$, donde p es la dimensionalidad de θ. Usando las fórmulas de Harville (1977, p.326) (ver Baltagi, 2013) las funciones score son

$$s_r(\theta) = \partial L/\partial\theta_r = -\frac{1}{2}\mathrm{tr}(\Omega^{-1}\partial\Omega/\partial\theta_r) + \frac{1}{2}\{u'\Omega^{-1}(\partial\Omega/\partial\theta_r)\Omega^{-1}u\},$$

para $1 \leq r \leq p$.

LM tests

La matriz de información $\mathcal{J}$ se puede obtener para $1 \leq r, k \leq p$ como

$$\begin{aligned} \partial^2 L/\partial\theta_r\partial\theta_k &= \frac{1}{2}\mathrm{tr}\left(\Omega^{-1}\left\{\frac{\partial^2\Omega}{\partial\theta_r\partial\theta_k} - \frac{\partial\Omega}{\partial\theta_r}\Omega^{-1}\frac{\partial\Omega}{\partial\theta_k}\right\}\right) \\ &+\frac{1}{2}u'\Omega^{-1}\left(\frac{\partial\Omega}{\partial\theta_r\partial\theta_k} - 2\frac{\partial\Omega}{\partial\theta_r}\Omega^{-1}\frac{\partial\Omega}{\partial\theta_r}\right)\Omega^{-1}u, \end{aligned}$$

y

$$\mathcal{J}_{rk}(\theta) \equiv -\mathrm{E}(\partial^2 L/\partial\theta_r\partial\theta_k) = \frac{1}{2}tr\left(\Omega^{-1}\frac{\partial\Omega}{\partial\theta_r}\Omega^{-1}\frac{\partial\Omega}{\partial\theta_k}\right).$$

Notar que

$$\partial\Omega/\partial\sigma_\nu^2 = I_N,$$

$$\partial\Omega/\partial\sigma_\mu^2 = BB',$$

$$\partial\Omega/\partial\sigma_\delta^2 = CC'.$$

LM tests

Se consideran los siguientes contrastes:

- LM_μ: LM para efecto link $H_0 : \sigma_\mu^2 = 0$ cuando σ_v^2 se estima como ANOVA luego de MCO (que equivale a MV), y se asume $\sigma_\delta^2 = 0$ (no hay efecto triángulo).
- LM_δ: LM para efecto triángulo $H_0 : \sigma_\delta^2 = 0$ cuando σ_v^2 se estima como ANOVA luego de MCO (que equivale a MV), y se asume $\sigma_\mu^2 = 0$ (no hay efecto link).
- $LM_{\mu,\delta}$: LM test para efectos link y/o triángulo $H_0 : \sigma_\mu^2 = \sigma_\delta^2 = 0$ cuando σ_v^2 se estima como ANOVA luego de MCO (que equivale a MV).
- $LM_{\mu(\delta)}$: LM para efecto link $H_0 : \sigma_\mu^2 = 0$ cuando σ_v^2 se estima como ANOVA luego de MCO (que equivale a MV), y se permite desviaciones locales de $\sigma_\delta^2 = 0$. Test de Bera y Yoon.
- $LM_{\delta(\mu)}$: LM para efecto triángulo $H_0 : \sigma_\delta^2 = 0$ cuando σ_v^2 se estima como ANOVA luego de MCO (que equivale a MV), y se permite desviaciones locales de $\sigma_\mu^2 = 0$. Test de Bera y Yoon.
- $LM_{\delta-\mu}$: LM para efecto triángulo $H_0 : \sigma_\delta^2 = 0$ cuando $(\sigma_v^2, \sigma_\mu^2)$ se estima por ANOVA luego de MCO (estimadores consistentes, no eficientes). Test Neyman C(alfa).

Simulaciones de Monte Carlo

Supongamos el modelo

$$y_i = x_i\beta + \varepsilon_i,$$

$$\varepsilon_i = \nu_i + \sum_{i=1}^{N}\sum_{s>i}^{N} a_{is}\mu_{(is)} + \sum_{i=1}^{N}\sum_{s>i}^{N}\sum_{r>s}^{N} a_{is}a_{sr}a_{ir}\delta_{(isr)},$$

$$i = 1, 2, ..., N,$$

donde $A = \{a_{ir}\}$ es la matriz de contigüidad. Asumimos $x_i \sim$ *iid* $N(0,1)$, $\beta = 1$, $\nu_i \sim$ *iid* $N(0,10)$, $\mu_{(is)} \sim$ *iid* $N(0,\sigma_\mu^2)$ y $\delta_{(isr)} \sim$ *iid* $N(0,\sigma_\delta^2)$.

Simulaciones de Monte Carlo

Simulamos dos tipos de red:

- Consideramos $N \in \{100, 225, 400\}$.
- Red aleatoria Erdös-Rényi donde los links se forman aleatoriamente con probabilidad p_N, $Prob(a_{ir} = 1) = p_N$, $i, r = 1, \ldots, N, i \neq r$. Para las redes aleatorias Erdös-Rényi fijamos N/M usando $p_{100} = 0.05$, $p_{225} = 0.05 \times 100/225$, $p_{400} = 0.05 \times 100/400$. El número de triángulos también es constante.
- Estructura espacial de tipo Queen (ej. tablero de ajedrez) donde el número de filas y columnas es $n = \sqrt{N}$, para $i = 1, \ldots, N$, $a_{ir} = 1$ if $r \in \{i-1, i+1, i-n-1, i-n, i-n+1, i+n-1, i+n, i+n+1\}$ con $1 \leq r \leq N$, y $a_{ir} = 0$ de otra manera. Misma cantidad de links y triángulos, 8, para cada nodo (excepto bordes).

Table: Empirical size: Erdös-Rényi random graph

N	LM_{μ}	LM_{δ}	$LM_{\mu,\delta}$	$LM_{\mu(\delta)}$	$LM_{\delta(\mu)}$	$LM_{\delta-\mu}$
Size 1%						
100	0.009	0.016	0.0145	0.009	0.0165	0.0115
225	0.012	0.0115	0.015	0.013	0.012	0.009
400	0.013	0.012	0.0085	0.0095	0.0075	0.007
Size 5%						
100	0.043	0.05	0.0465	0.042	0.052	0.041
225	0.052	0.0485	0.0495	0.052	0.0495	0.041
400	0.047	0.0475	0.049	0.046	0.046	0.0435
Size 10%						
100	0.082	0.0885	0.0855	0.089	0.092	0.0765
225	0.1045	0.092	0.102	0.098	0.0995	0.0875
400	0.089	0.087	0.093	0.0965	0.099	0.0915

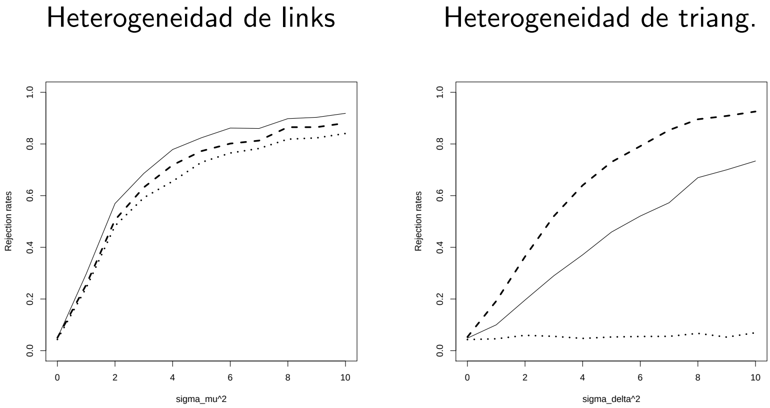
Notes: Monte carlo experiments based on 2000 replications.

Table: Empirical size: Spatial queen structure

N	LM_{μ}	LM_{δ}	$LM_{\mu,\delta}$	$LM_{\mu(\delta)}$	$LM_{\delta(\mu)}$	$LM_{\delta-\mu}$
Size 1%						
100	0.0115	0.0105	0.0105	0.01	0.011	0.0115
225	0.0075	0.0065	0.012	0.0145	0.0135	0.014
400	0.0085	0.0085	0.0095	0.012	0.011	0.011
Size 5%						
100	0.0475	0.0515	0.047	0.048	0.044	0.046
225	0.045	0.039	0.0565	0.0595	0.052	0.0525
400	0.046	0.0465	0.049	0.0535	0.049	0.0505
Size 10%						
100	0.0965	0.0975	0.0955	0.094	0.09	0.097
225	0.0965	0.09	0.1	0.1085	0.1115	0.1125
400	0.0935	0.0965	0.098	0.096	0.0995	0.1015

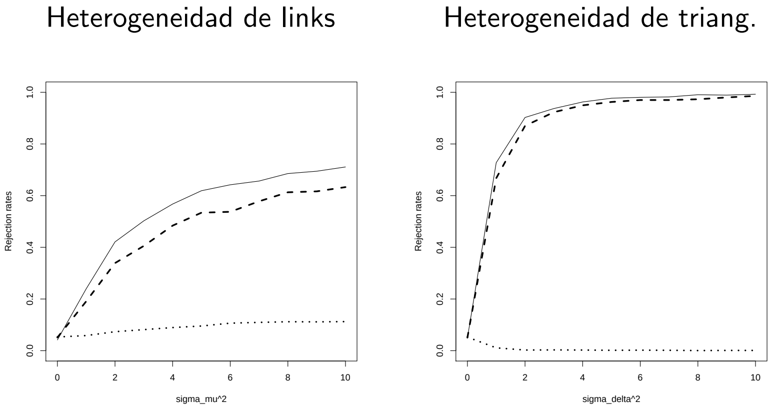
Notes: Monte carlo experiments based on 2000 replications.

Figure: LM tests for σ^2_μ: Erdös-Rényi random graph



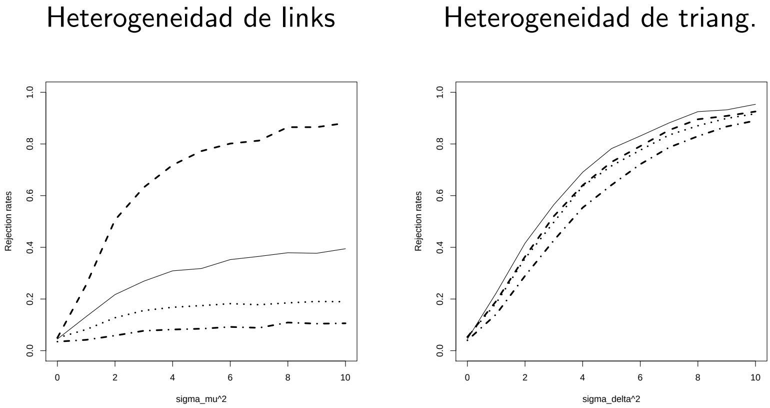
Notes: Monte carlo experiments based on 2000 replications. Solid line: LM_μ. Dashed line: $LM_{\mu\delta}$. Dotted line: $LM_{\mu(\delta)}$.

Figure: LM tests for σ_μ^2: Queen spatial structure



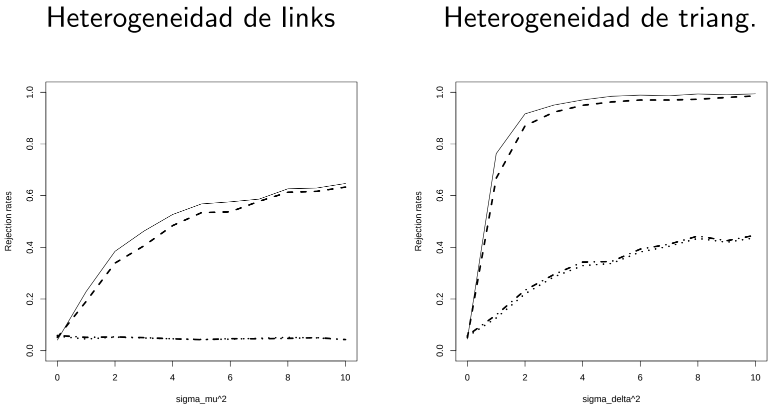
Notes: Monte Carlo experiments based on 2000 replications. Solid line: LM_μ. Dashed line: $LM_{\mu\delta}$. Dotted line: $LM_{\mu(\delta)}$.

Figure: LM tests for σ_δ^2: Erdös-Rényi random graph



Notes: Monte Carlo experiments based on 2000 replications. Solid line: LM_δ. Dashed line: $LM_{\mu\delta}$. Dotted line: $LM_{\delta(\mu)}$. Dash-dot line: $LM_{\delta-\mu}$.

Figure: LM tests for σ_δ^2: Queen spatial structure



Notes: Monte Carlo experiments based on 2000 replications. Solid line: LM_δ. Dashed line: $LM_{\mu\delta}$. Dotted line: $LM_{\delta(\mu)}$. Dash-dot line: $LM_{\delta-\mu}$.

Empirical application: Call interbank market in Argentina

- Network positioning could affect banks' interest rates by different mechanisms.
- First, in line with Acemoglu et al. (2015), dense interconnections serve as a mechanism for the propagation of shocks, leading to a more fragile financial system. As such, banks that are more connected may be perceived by the market as fragile. The same banks can be perceived as 'too-interconnected-to-fail' such that rather than fragile, those banks are perceived as more likely to be bailout. This is similar to the too-big-to-fail effect observed in other interbank markets.
- Second, as argued by Booth et al. (2014) and Temizsoy, Iori and Montes-Rojas (2015), financial institutions with more extensive and strategic financial networks, can more efficiently acquire and process information due to their better access to order flows.
- Third, banks with higher centrality within the network have better access to liquidity and are able to charge larger intermediation spreads. Previous empirical evidence (Angelini et al., 2011; Temizsoy, Iori and Montes-Rojas, 2017) suggests that being systemically more important, in term of size or connectedness, can explain part of the cross-sectional variation in banks' borrowing costs before and during the global financial crisis.

Empirical application: Call interbank market in Argentina

- *Call* interbank market in Argentina. Overnight unsecured market.
- We consider different regression models one for each month from a total of 48 months (4 years, 2015-2018).
- In each case we evaluate the proposed tests, $LM_{\mu,\delta}$, LM_{μ}, LM_{δ}, $LM_{\mu(\delta)}$ and $LM_{\delta(\mu)}$, and we compare them with canonical tests for spatial dependence. In particular, one for spatial error autocorrelation, and one for spatial lag autocorrelation of the dependent variable.

Empirical application: Call interbank market in Argentina

- Consider a network G_t of N_t banks, where t indexes time (i.e. months). The dependent variable of interest is π_{it} that is the net profit obtained in a given month from all lending and borrowing transactions, and defined as

$$\pi_{it} = \sum_{h=1}^{H_t} \sum_{j=1, j \neq i}^{N_t} \left(L_{ij,h} r_{ij,h} - B_{ji,h} r_{ji,h} \right),$$

where $h = 1, 2, ..., H_t$ are the days within month t, N_t corresponds to the banks that participate in the Call market during month t, $L_{ij,h}$ is the total amount i lent to j on day h at rate $r_{ij,h}$, $B_{ij,h}$ is the total amount i borrow from j on day h at rate $r_{ji,h}$.

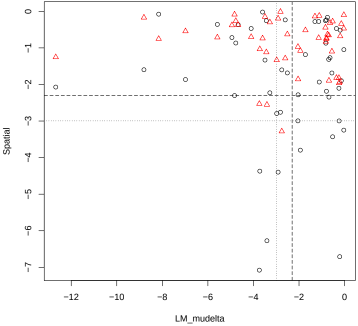
Empirical application: Call interbank market in Argentina

- Following Temizsoy, Iori and Montes-Rojas (2015,2017) we consider a regression model of the form

$$\pi_{it} = \beta_0 + \beta_1 V_{it} + \beta_2 Liq_{it} + \beta_3 Degree_{it} + \beta_3 Eigen_{it} + \epsilon_{it},$$

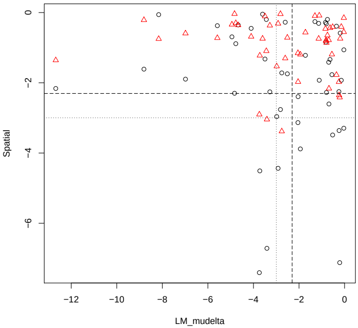
  for each month t, and for all banks i that participate in that month t.
- V_{it} is the log of the total volume of lending and borrowing of bank i during month t.
- Liq_{it} is a liquidity index defined as in Afonso and Lagos (2015), $\frac{L_{i,t}+B_{i,t}-|L_{i,t}-B_{i,t}|}{L_{i,t}+B_{i,t}}$, where $L_{i,t}$ and $B_{i,t}$ are the total amount lent and borrowed, respectively, by bank i during month t.
- $Degree_{i,t}$ is the total degree (both in and out). *Local measure of centrality.*
- $Eigen_{it}$ is the undirected eigenvalue centrality of bank i in the network of month t. *Global measure of centrality.*

Figure: Subgraph joint tests for edge and triangle effects and spatial LM test



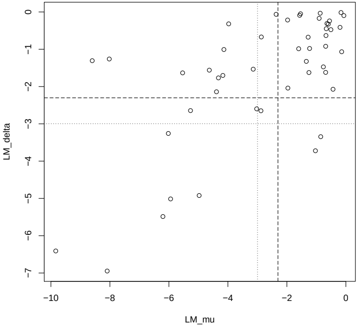
Note: P-values in log-scale. Dashed line is the 10% critical value and dotted line to the 5% critical values. Horizontal axis corresponds to joint test for edge and triangle effects ($LM_{\mu,\delta}$). Vertical axis corresponds to Anselin et al. (1996) LM tests for spatial error (circles) and spatial lag (triangles).

Figure: Subgraph joint tests for edge and triangle effects and robust spatial LM test



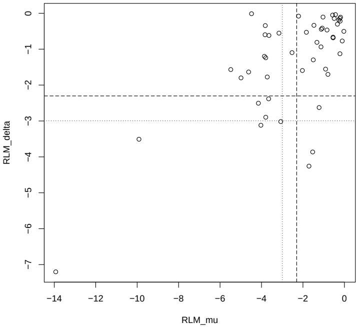
Note: P-values in log-scale. Dashed line is the 10% critical value and dotted line to the 5% critical values. Horizontal axis corresponds to joint test for edge and triangle effects ($LM_{\mu,\delta}$). Vertical axis corresponds to Anselin et al. (1996) robust LM tests for spatial error (circles) and spatial lag (triangles).

Figure: Subgraph tests for edge and triangle effects



Note: P-values in log-scale. Dashed line is the 10% critical value and dotted line to the 5% critical values. Horizontal axis corresponds to tests for edge effects (LM_{μ}). Vertical axis corresponds to tests for triangle effects (LM_{δ}).

Figure: Robust subgraph tests for edge and triangle effects



Note: P-values in log-scale. Dashed line is the 10% critical value and dotted line to the 5% critical values. Horizontal axis corresponds to tests for edge effects robust to triangle effects ($LM_{\mu(\delta)}$). Vertical axis corresponds to tests for triangle effects robust to edge effects ($LM_{\delta(\mu)}$).

GRACIAS!